

Logika w zastosowaniach kognitywistycznych
Konwersatorium 1aw_17

Zadanie pierwsze dotyczy „grupowej” modalności epistemicznej „everybody knows”, \mathbf{K}^e , zadanie drugie – operatora wiedzy rozproszonej \mathbf{K}^d (*distributed knowledge*). Dla uproszczenia rozważamy grupę złożoną tylko z dwóch podmiotów.

Rozważmy odpowiednią wielorelacyjną strukturę modelową:

$$(*) \quad \langle W, R_1, R_2, R_3, R_4 \rangle$$

gdzie R_1 i R_2 są relacjami równoważnościowymi w W .

1) Proszę wykazać, że formuła:

$$\mathbf{K}^e p \leftrightarrow \mathbf{K}_1 p \wedge \mathbf{K}_2 p$$

jest prawdziwa w modelu opartym na wielorelacyjnej strukturze modelowej (*) jeśli relacja R_3 jest sumą relacji R_1 i R_2 . Rzecz jasna zakładamy (zob. wykład), że dla formuły postaci $\mathbf{K}^e A$ warunek definicji wartościowania opartego na wielorelacyjnej strukturze modelowej (*) ma postać:

- $V(\mathbf{K}^e A, w) = 1$ wtw dla każdego $w^* \in W$ takiego, że wR_3w^* : $V(A, w^*) = 1$

2) Przyjmijmy, że dla formuły postaci $\mathbf{K}^d A$ odpowiedni warunek definicji wartościowania opartego na wielorelacyjnej strukturze modelowej (*) jest następujący:

- $V(\mathbf{K}^d A, w) = 1$ wtw dla każdego $w^* \in W$ takiego, że wR_4w^* : $V(A, w^*) = 1$.

Proszę udowodnić, że formuły:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1 p &\rightarrow \mathbf{K}^d p \\ \mathbf{K}_2 p &\rightarrow \mathbf{K}^d p \end{aligned}$$

są prawdziwe w modelu opartym na wielorelacyjnej strukturze modelowej (*) jeśli relacja R_4 jest iloczynem relacji R_1 i R_2 .

Wskazówka. Rozważania stają się prostsze, gdy wprowadzimy następujące pojęcie pomocnicze:

$$R_i \rightarrow w = \{w^* \in W: wR_i w^*\}$$

$R_i \rightarrow w$ to rzecz jasna zbiór wszystkich światów alternatywnych do świata w z uwagi na relację alternatywności R_i .