Andrzej Wiśniewski

O logice stwierdzania

1. Spośród licznych orzeczników epistemicznych dwa: *osoba x wie, że p* oraz *osoba x jest przekonana, że p* są przedmiotem szczególnego zainteresowania zarówno logików, jak i filozofów. Mniej uwagi poświęca się natomiast orzecznikowi *osoba x stwierdza, że p*. Podobnie jak pojęcia wiedzy i przekonania, pojęcie stwierdzania (ściślej: stwierdzania, że) jest pojęciem intensjonalnym; jest ono także wieloznaczne. Z drugiej strony, pojęcie stwierdzania zdaje się pełnić w humanistyce istotną rolę; przystępując czy to do interpretacji, czy krytyki poglądów jakiegoś badacza musimy sobie przede wszystkim odpowiedzieć na pytanie, co badacz ten stwierdza, przy czym to, co dany badacz **stwierdza** nie zawsze jest wyczerpywane przez to, co badacz ten *explicite* **głosi**. Podanie reguł rządzących orzecznikiem *osoba x stwierdza, że p* wydaje się zatem przedsięwzięciem nieobojętnym dla metodologii nauk humanistycznych.

W pracy tej przedstawię szkic pewnej logiki stwierdzania.

2. Występujące w języku potocznym pojęcie stwierdzania jest wieloznaczne. Przystępując do jego analizy należy jednak przede wszystkim odróżnić **stwierdzanie jak się rzeczy mają** od **stwierdzania zdań**[1]. Wypowiedzi podpadające pod schemat:

(*) *osoba x stwierdza, że p,*

oddają pierwszy sposób rozumienia interesującego nas pojęcia, podczas gdy drugi sposób możemy wyrażać za pomocą wypowiedzi mających schemat:

(**) *osoba x stwierdza zdanie* ϕ.

W konkretnych wypowiedziach podpadających pod schemat (*) na miejscu zmiennej p występują zdania języka przedmiotowego, podczas gdy w konkretnych wypowiedziach o postaci (**) na miejscu zmiennej ϕ musimy użyć metajęzykowej nazwy zdania. Stwierdzanie rozumiane w pierwszy sposób

[1] Jest to rozróżnienie analogiczne do przeprowadzanego niekiedy rozróżnienia między przekonaniem a akceptacją; zob. w tej sprawie artykuł Koj [6], s. 50.

jest pewną postawą zajmowaną wobec sytuacji czy stanów rzeczy (rzeczywistych lub fikcyjnych) opisywanych przez zdania, natomiast stwierdzanie rozumiane w drugi sposób jest pewną czynnością lub pewną postawą zajmowaną wobec zdania.

Przedmiotem rozważań prowadzonych w tej pracy będzie pojęcie stwierdzania rozumiane w pierwszym z naszkicowanych wyżej znaczeń. Zanim jednak przystąpimy do analizy tego pojęcia, poświęćmy kilka słów stwierdzaniu zdań, tj. stwierdzaniu rozumianemu w drugim znaczeniu tego terminu. Mówiąc, iż dana osoba stwierdza określone zdanie, mamy często na myśli albo to, że wypowiada ona rozważane zdanie, albo też to, że wypowiada ona to zdanie jednocześnie je akceptując. Niekiedy pod pojęciem stwierdzania zdań rozumiemy również akceptację zdań wypowiadanych, napisanych lub tylko pomyślanych. Zdarza się jednak, że stwierdzamy zdania, których nie akceptujemy. Ponadto o ile sensowne jest mówienie o potencjalnym akceptowaniu pewnych zdań (np.nie uświadamianych sobie konsekwencji zdań aktualnie uznawanych), to nie wydaje się sensowne mówienie o potencjalnym stwierdzaniu zdań. W ogólnym przypadku nie możemy zatem utożsamiać stwierdzania zdań z akceptacją czy uznawaniem zdań. Niezależnie jednak od tego, w jaki sposób określimy pojęcie stwierdzania zdań, jedyną metodą poszukiwania odpowiedzi na pytanie o postaci: „Jakie zdania stwierdza osoba x?" jest odwołanie się do empirii. Pytanie to nie jest jednak równoznaczne z pytaniem „Co stwierdza osoba x?"; stawiając to ostatnie pytanie, rozumiemy pojęcie stwierdzania w interesującym nas tu, pierwszym spośród wyszczególnionych wyżej znaczeń. Pytanie to dotyczy nie tego, jakie zdania stwierdza osoba x, lecz tego, jakie zdania języka przedmiotowego podstawione na miejsce zmiennej p w funkcji zdaniowej „osoba x stwierdza, że p" przekształcają tę funkcję w zdanie prawdziwe (przy ustalonym x). Jak się wydaje, w wielu przypadkach mogą to być również takie zdania, o których nie możemy prawdziwie orzec, że zostały one stwierdzone przez osobę x — istnieją sytuacje, w których osoba x stwierdza, że p, nie wypowiadając ani nie zapisując zarazem zdania p.

W dalszych rozważaniach zamiast „osoba x stwierdza, że p" będziemy krótko pisali „x stwierdza, że p", zakładając tym samym, że x jest zmienną osobową. Liter p, q, r, s będziemy natomiast używać w charakterze zmiennych zdaniowych. Zamiast „zdanie $\ulcorner p \urcorner$" piszemy krótko „zdanie p" (i podobnie w przypadku innych zmiennych zdaniowych).

3. Interesujące nas pojęcie stwierdzania nie jest z pewnością pojęciem o wyraźnie określonej treści. Jego znaczenie jest jednak na tyle ściśle określone, iż możemy powiedzieć, że nie zmusza nas ono do bezwarunkowej

akceptacji żadnego zdania mającego schemat:

(3.1) *x stwierdza, że p.*

To, czy x stwierdza, że p zależy od samego x-a; ściślej, zależy od postawy zajmowanej przez x-a wobec stanu rzeczy czy sytuacji opisywanej przez zdanie p, przy czym różne osoby mogą zajmować (i faktycznie zajmują) różne postawy wobec tych samych sytuacji czy stanów rzeczy. Przykładowo, samo znaczenie wyrażenia „stwierdza, że" nie zmusza nas do akceptacji zdania:

(a) *Kleofas stwierdza, że Poznań jest miastem,*

zaś zdanie to może być prawdziwe lub fałszywe. Podkreślmy, że naszkicowana wyżej zależność odnosi się również do sytuacji, w której zdanie p jest podstawieniem jakiegoś prawa logiki. Odwołanie się do znaczenia interesującego nas wyrażenia nie przesądza o tym, iż powinniśmy zaakceptować zdania:

(b) *Kleofas stwierdza, że: jeśli Poznań jest miastem, to Poznań jest miastem.*

(c) *Kleofas stwierdza, że: Poznań jest miastem lub nieprawda, że Poznań jest miastem.*

I te zdania nie muszą być prawdziwe. Tak więc, mówiąc swobodnie, nic nie jest stwierdzone na mocy logiki — nawet same prawa logiki. Rys ten odróżnia stwierdzanie od wiedzy czy przekonania.

Zauważmy dalej, że samo znaczenie interesującego nas wyrażenia nie przesądza, że musimy zaakceptować każde zdanie podpadające pod schemat:

(3.2) *x stwierdza, że p* lub *x stwierdza, że $\neg p$,*

zaś pewne zdania o tym schemacie mogą być fałszywe. Podobnie fałszem mogą być pewne zdania o postaci:

(3.3) *Jeśli x stwierdza, że p, to p,*

(3.4) *Jeśli p, to x stwierdza, że p.*

Także tutaj samo odwołanie się do znaczenia wyrażenia „stwierdza, że" nie zmusza nas do akceptacji zdań o schematach (3.3) i (3.4).

Z drugiej strony, znaczenie interesującego nas pojęcia stwierdzania jest jednak na tyle ściśle określone, że skłonni jesteśmy bezwarunkowo akceptować pewne zdania, w których pojęcie to występuje w sposób istotny. Zdania te mają postać okresów warunkowych. Z pewnością zaakceptujemy dowolne zdanie mające schemat:

(3.5) *Jeśli x stwierdza, że p i q, to x stwierdza, że p oraz x stwierdza, że q.*

Podobnie skłonni będziemy akceptować zdania mające kształt:

(3.6) *Jeśli x stwierdza, że p i q, to x stwierdza, że p.*

(3.7) *Jeśli x stwierdza, że p i q, to x stwierdza, że q.*

Aby stwierdzać, że p, nie trzeba bynajmniej wypowiadać zdania p; gdy pojęcie stwierdzania weźmiemy w interesującym nas tu znaczeniu, skłonni będziemy również akceptować zdania podpadające pod schemat:

(3.8) *Jeśli x stwierdza, że p oraz x stwierdza, że q, to x stwierdza, że p i q.*

Znaczenie interesującego nas tu pojęcia zdaje się również przesądzać o akceptacji dowolnych zdań mających kształt:

(3.9) *Jeśli x stwierdza, że p, to nieprawda, że x stwierdza, że $\neg p$,*

(3.10) *Jeśli x stwierdza, że $\neg p$, to nieprawda, że x stwierdza, że p.*

Jak się wydaje, skłonni będziemy również akceptować zdania podpadające pod schematy:

(3.11) *Jeśli x stwierdza, że p oraz x stwierdza, że jeśli p, to q, to x stwierdza, że q.*

(3.12) *Jeśli x stwierdza, że jeśli p, to q oraz x stwierdza, że jeśli q, to r, to jeśli x stwierdza, że p, to x stwierdza, że r.*

Patrząc z intuicyjnego punktu widzenia, gdy x stwierdza pewną alternatywę, nie stwierdza natomiast odpowiedniej koniunkcji, to x nie stwierdza pierwszego członu tej alternatywy lub nie stwierdza członu drugiego (słowo „lub" zostało tu użyte w sensie alternatywy niewykluczającej). Powoduje to, że skłonni jesteśmy akceptować wypowiedzi podpadające pod schemat:

(3.13) *Jeśli x stwierdza, że p lub q oraz nie jest tak, iż x stwierdza, że p i q, to nieprawda, że x stwierdza, że p lub nieprawda, że x stwierdza, że q.*

Podane wyżej schematy (3.5) — (3.8) oraz (3.11) i (3.12) są schematami okresów warunkowych mających następującą wspólną własność: zdania będące argumentami występującego w następniku orzecznika „x stwierdza, że" **wynikają logicznie** ze zdania lub koniunkcji zdań będących argumentami orzecznika „x stwierdza, że" występującego w poprzedniku. Powstaje zatem pytanie, czy można tę zależność uogólnić; czy w szczególności skłonni będziemy bezwarunkowo akceptować każdy okres warunkowy o postaci „Jeśli x stwierdza, że p, to x stwierdza, że q" wówczas, gdy zdanie q wynika logicznie ze zdania p? Jest to w istocie pytanie o to, czy zawsze jest tak, że gdy x stwierdza, że p, a zdanie q wynika logicznie ze zdania p, to x stwierdza, że q. Odpowiedź na oba te pytania jest negatywna. Rozważmy następujące przykłady:

(e) *Jeśli Jan stwierdza, że Poznań jest miastem, to Jan stwierdza, że Poznań jest miastem lub Poznań jest wsią.*

(f) *Jeśli Jan stwierdza, że Poznań jest miastem, to Jan stwierdza, że jeśli Poznań jest wsią, to Poznań jest miastem.*

(g) *Jeśli Jan stwierdza, że Poznań jest miastem i nieprawda, że Poznań jest miastem, to Jan stwierdza, że Piotr jest starszy od Pawła.*

Samo znaczenie wyrażenia „stwierdza, że" z pewnością nie zmusza nas do zaakceptowania zdań (e) — (g); zdania te nie muszą również (chociaż mogą) być prawdziwe. Patrząc z intuicyjnego punktu widzenia, jest jednak tak, że gdy zdanie q wynika logicznie ze zdania p, x stwierdza, że p oraz x stwierdza, że jeśli p, to q, to możemy również powiedzieć, że x stwierdza, że q — zgodnie z wyżej powiedzianym, skłonni jesteśmy akceptować okresy warunkowe podpadające pod schemat (3.11)[2]. Mówiąc ogólnie, w przypadku stwierdzania (rozumianego w interesującym nas tu sensie) konsekwencje logiczne tego, co zostało stwierdzone są z pewnością stwierdzane wówczas, gdy stwierdzane są implikacje będące podstawieniami odpowiednich praw logiki. Ponieważ nie każde podstawienie dowolnego prawa logiki musi być stwierdzone przez x-a, zatem x nie musi stwierdzać **każdej** konsekwencji logicznej tego, co stwierdza[3]. Z drugiej strony, przeprowadzone wyżej rozważania pokazują, że w pewnych prostych przypadkach nie trzeba *explicite* stwierdzać wchodzącego w grę podstawienia prawa logiki.

Zauważmy na koniec wstępnej części naszych rozważań, że interesujące nas tu pojęcie stwierdzania łączą bliskie związki z intuicyjnym pojęciem **dopuszczania**. Skłonni jesteśmy akceptować dowolny okres warunkowy podpadający pod schemat:

(3.14) *Jeśli x stwierdza, że p, to x dopuszcza, że p.*

Podobnie zaakceptujemy okresy warunkowe o postaci:

(3.15) *Jeśli x stwierdza, że p, to nieprawda, że x dopuszcza, że $\neg p$.*

(3.16) *Jeśli x dopuszcza, że p, to nieprawda, że x stwierdza, że $\neg p$.*

Zauważmy, że implikacje odwrotne do (3.15) i (3.16) nie muszą jednak być prawdziwe: gdy x nie zajmuje żadnej postawy wobec stanu rzeczy opisywanego przez zdanie p, to wprawdzie jest tak, że nieprawda, iż x dopuszcza, że $\neg p$, tym niemniej nie jest tak, że x stwierdza, że p. Podobnie gdy x nie zajmuje żadnej postawy wobec stanu rzeczy opisywanego przez zdanie p, to wprawdzie nie jest tak, że x stwierdza, że $\neg p$, ale zarazem nie jest tak, że x dopuszcza, że p.

---

[2] Jak wielokrotnie podkreślał L.Koj (zob.np.prace [4], [5], [6]), z podobną sytuacją mamy do czynienia w wypadku realistycznie pojętych przekonań.

[3] W zadowalającej z intuicyjnego punktu widzenia logice stwierdzania nie powinien zatem dać się odtworzyć odpowiednik paradoksu „wszechwiedzy logicznej" (*logical omniscience*). W sprawie nowszych dyskusji nad tym paradoksem oraz sposobami jego uniknięcia zob.np.prace Rantala [9], Wansing [14] oraz Stalnaker [12].

Dodajmy, że — podobnie jak w przypadku stwierdzania — samo znaczenie rozważanego pojęcia dopuszczania nie zmusza nas do akceptacji żadnego zdania postaci:

(3.17) *x dopuszcza, że p*

oraz że nie musimy bynajmniej akceptować wszystkich zdań podpadających pod schematy:

(3.18) *Jeśli p, to x dopuszcza, że p,*

(3.19) *Jeśli x dopuszcza, że p, to p,*

(3.20) *x dopuszcza, że p lub x dopuszcza, że $\neg p$.*

4. Stwierdzanie rozumiane w interesującym nas tu znaczeniu jest pewną postawą zajmowaną przez podmiot wobec sytuacji czy stanów rzeczy opisywanych przez zdania. Z drugiej strony, to, co zostało dotychczas powiedziane nie dostarcza nam odpowiedzi na pytanie, czym jest ta postawa. Aby na to pytanie odpowiedzieć, musielibyśmy odwołać się zarówno do pewnej semantyki sytuacyjnej, jak i do jakiejś teorii dostarczającej aparatury pojęciowej umożliwiającej mówienie o postawach zajmowanych wobec sytuacji opisywanych przez zdania. Podanie wyczerpującej charakterystyki stwierdzania rozumianego w interesującym nas tu znaczeniu nie jest jednak celem tych rozważań. Nasz cel jest skromniejszy: pragniemy tu scharakteryzować stwierdzanie budując pewien system aksjomatyczny, w którego tezach będą występowały odpowiedniki wyrażeń „x stwierdza, że p" oraz „x dopuszcza, że p". System ten zbudujemy w taki sposób, aby jego tezy oddawały intuicje przedstawione w przeprowadzonych wyżej rozważaniach. Mówiąc bardziej ściśle, pragniemy tu, aby tezami budowanego systemu były między innymi odpowiedniki okresów warunkowych (3.5) — (3.16); z drugiej strony, pragniemy, aby tezami budowanego systemu nie były odpowiedniki schematów (3.1) — (3.4) i (3.17) — (3.20), a także odpowiedniki implikacji odwrotnych do schematów (3.15) i (3.16). Istnieje wiele systemów spełniających te warunki: przedstawimy tu pewien prosty system tego rodzaju.

5. Przystępujemy teraz do budowy pewnego aksjomatycznego systemu logiki stwierdzania. System ten oznaczymy symbolem $\sum.0$. Będzie on wyrażony w pewnym języku sformalizowanym $\mathcal{L}$. Znakami języka $\mathcal{L}$ są: przeliczalnie nieskończenie wiele zmiennych zdaniowych $p, p_1, p_2, \ldots$, spójniki negacji $\neg$, implikacji $\supset$, koniunkcji $\wedge$, alternatywy $\vee$, równoważności $\equiv$, funktory $\mathbf{S}_x$ i $\mathbf{D}_x$ oraz nawiasy (i). Funktory $\mathbf{S}_x$ i $\mathbf{D}_x$ możemy odczytywać odpowiednio „osoba x stwierdza, że" oraz „osoba x dopuszcza, że". Zbiór **formuł zdaniowych** języka $\mathcal{L}$ jest najmniejszym zbiorem wyrażeń tego języka zawierającym wszystkie zmienne zdaniowe oraz spełniającym następujące warunki: (a) jeśli A jest formułą zdaniową języka $\mathcal{L}$, to wyrażenia mające

postać $\neg(A)$, $\mathsf{S}_x(A)$ oraz $\mathbf{D}_x(A)$ są formułami zdaniowymi języka $\mathcal{L}$; (b) jeśli A, B są formułami zdaniowymi języka $\mathcal{L}$, to wyrażenia postaci $(A) \supset (B)$, $(A) \wedge (B)$, $(A) \vee (B)$, $(A) \equiv (B)$ są formułami zdaniowymi języka $\mathcal{L}$. W dalszych rozważaniach będziemy używali symboli A, B, C, E (ewentualnie ze wskaźnikami) jako metajęzykowych zmiennych reprezentujących formuły zdaniowe języka $\mathcal{L}$. Zamiast S_x i $\mathbf{D}_x$ piszemy S i $\mathbf{D}$. Przyjmujemy tu zwykłe konwencje dotyczące pomijania nawiasów w formułach zdaniowych.

System $\sum.0$ jest nadbudowany nad klasycznym rachunkiem zdań (KRZ). Niech *Taut* będzie zbiorem wszystkich formuł zdaniowych języka $\mathcal{L}$ będących podstawieniami tautologii klasycznego rachunku zdań. Aksjomatami systemu $\sum.0$ są wszystkie formuły zdaniowe języka $\mathcal{L}$ mające postać:

Ax.0: A, gdzie $A \in$ *Taut*,

Ax.1: $\mathsf{S}(A \supset B) \supset (\mathsf{S}(A) \supset \mathsf{S}(B))$,

Ax.2: $\mathsf{S}(A \wedge B) \supset \mathsf{S}(A) \wedge \mathsf{S}(B)$,

Ax.3: $\mathsf{S}(A) \wedge \mathsf{S}(B) \supset \mathsf{S}(A \wedge B)$,

Ax.4: $\mathsf{S}(A) \supset \mathbf{D}(A)$,

Ax.5: $\mathsf{S}(A) \supset \neg\, \mathbf{D}(\neg A)$,

Ax.6: $\mathbf{D}(A) \supset \neg\, \mathsf{S}(\neg A)$.

Regułą dowodową systemu $\sum.0$ jest reguła odrywania **RO**.

Sens intuicyjny aksjomatu (**Ax**1) zdaje się nie budzić wątpliwości; aksjomat ten jest odpowiednikiem schematu (3.11). Aksjomat (**Ax**2) orzeka, że gdy x stwierdza, że A i B, to x stwierdza, że A oraz x stwierdza, że B. Z kolei aksjomat (**Ax**3) mówi, że gdy x stwierdza, że A oraz x stwierdza, że B, to x stwierdza, że A i B. Formuły będące odpowiednikami tych aksjomatów zostały przez nas zaakceptowane we wstępnej części rozważań (por. schematy (3.5) i (3.8))[4]. Podobnie aksjomat (**Ax**4) oddaje jedną z przedstawionych wyżej intuicji (wyrażoną przez schemat (3.14)), natomiast aksjomaty (**Ax**5) i (**Ax**6) oddają intuicje wyrażone przez schematy (3.15) i (3.16).

6. System $\sum.0$ jest niesprzeczny; aby się o tym przekonać wystarczy opuścić w schematach aksjomatów (**Ax**1) — (**Ax**6) wyrażenia S oraz $\mathbf{D}$.

Jest oczywiste, że tezami systemu $\sum.0$ są wszystkie tezy klasycznego rachunku zdań oraz wszystkie formuły dające się otrzymać z tez klasycznego rachunku zdań przez podstawienie na miejsce (pewnych lub wszystkich) zmiennych zdaniowych formuł zdaniowych zawierających funktory S lub/i

[4] Czytelnikowi dobrze znającemu tajniki logik modalnych pragnę w tym miejscu zwrócić uwagę, że — jak to zostanie dalej wykazane — w systemie $\sum.0$ nie mamy tez postaci $\mathsf{S}(A)$ (nawet dla A będących tautologiami KRZ!) oraz że w systemie $\sum.0$ nie obowiązuje odpowiednik reguły Gödla (nawet w postaci ograniczonej do tez KRZ).

D. Można również łatwo udowodnić, że tezami systemu $\sum.0$ są wszystkie formuły zdaniowe języka $\mathcal{L}$ mające postać:

T1. $\mathbf{S}(A \wedge B) \supset \mathbf{S}(A)$,

T2. $\mathbf{S}(A \wedge B) \supset \mathbf{S}(B)$,

T3. $\mathbf{S}(A) \supset \neg\, \mathbf{S}(\neg A)$,

T4. $\mathbf{S}(\neg A) \supset \neg\, \mathbf{S}(A)$,

T5. $\mathbf{S}(A) \wedge \mathbf{S}(A \supset B) \supset \mathbf{S}(B)$,

T6. $\mathbf{S}(A \supset B) \wedge \mathbf{S}(B \supset C) \supset (\mathbf{S}(A) \supset \mathbf{S}(C))$,

T7. $\mathbf{S}(A \vee B) \wedge \neg\, \mathbf{S}(A \wedge B) \supset \neg\, \mathbf{S}(A) \vee \neg\, \mathbf{S}(B)$,

Tak więc tezami systemu $\sum.0$ są odpowiedniki schematów (3.6), (3.7), (3.9), (3.10), (3.11), (3.12) i (3.13).

Tezami systemu $\sum.0$ są również — między innymi — wszystkie formuły zdaniowe języka $\mathcal{L}$ mające postać:

T8. $\neg\, \mathbf{S}(A \wedge \neg\, A)$,

T9. $\mathbf{S}(A \wedge B) \equiv \mathbf{S}(A) \wedge \mathbf{S}(B)$,

T10. $\mathbf{S}(A \supset B) \wedge \neg\, \mathbf{S}(B) \supset \neg\, \mathbf{S}(A)$,

T11. $\mathbf{S}(A \supset B) \wedge \mathbf{S}(\neg B) \supset \neg\, \mathbf{S}(A)$,

T12. $\mathbf{S}(A \supset B) \wedge \mathbf{S}(A) \supset \neg\, \mathbf{D}(\neg B)$,

T13. $\mathbf{S}(A \supset (B \supset C)) \wedge \mathbf{S}(A) \wedge \mathbf{S}(B) \supset \mathbf{S}(C)$,

T14. $\neg\, \mathbf{D}(A) \supset \neg\, \mathbf{S}(A)$,

T15. $\mathbf{D}(\neg A) \supset \neg\, \mathbf{S}(A)$,

T16. $\mathbf{S}(\neg A) \supset \neg\, \mathbf{D}(A)$,

T17. $\neg\, \mathbf{D}(A) \vee \mathbf{D}(\neg A) \supset \neg\, \mathbf{S}(A)$.

Jak się wydaje, sens intuicyjny tez postaci T.8 — T.17 nie budzi zastrzeżeń.

7. Jedną z istotnych cech systemu $\sum.0$ jest to, że żadna z jego tez nie jest formułą o postaci $\mathbf{S}(A)$; mówiąc swobodnie, znaczy to, że nie istnieje formuła zdaniowa języka $\mathcal{L}$ „stwierdzona na mocy logiki"[5].

Aby wykazać, że w systemie $\sum.0$ nie ma tez o postaci $\mathbf{S}(A)$, wystarczy zauważyć, że wszystkie tezy systemu $\sum.0$ przyjmują wartość wyróżnioną 1 w czterowartościowej matrycy Łukasiewicza (będącej matrycą adekwatną zbudowanego przez Łukasiewicza czterowartościowego systemu logiki mo-

[5] W logice modalnej znane są systemy mające tę własność, iż nie występują w nich tezy o postaci $\mathbf{L}A$ (gdzie $\mathbf{L}$ jest operatorem konieczności); są to m.in. system **Ł** Łukasiewicza, system Q Priora, systemy E2 i E3 Lemmona czy też wszystkie ściśle regularne rozszerzenia (por.[13]) rachunku C2 Lemmona.

dalnej Ł)[6]:

$$\mathcal{M}_L =< \{1,2,3,4\}, f_\neg, f_\supset, f_\wedge, f_\vee, f_\equiv, f_{\mathrm{S}}, f_{\mathrm{D}}, \{1\} >$$

gdzie operacje $f_\neg, f_\supset, f_\wedge, f_\vee, f_\equiv, f_{\mathrm{S}}, f_{\mathrm{D}}$ są określone przy pomocy następujących tabelek:

	$f_\neg$
1	4
2	3
3	2
4	1

$f_\supset$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	1	3	3
3	1	2	1	2
4	1	1	1	1

$f_\wedge$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	2	4	4
3	3	4	3	4
4	4	4	4	4

$f_\vee$	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	1	2
3	1	1	3	3
4	1	2	3	4

$f_\equiv$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

	f_{S}
1	2
2	2
3	4
4	4

	f_{D}
1	1
2	1
3	3
4	3

Patrząc z czysto formalnego punktu widzenia, system $\sum.0$ możemy zatem uważać za podsystem systemu Ł; podsystem, jako, że matryca $\mathcal{M}_L$ nie jest matrycą adekwatną dla $\sum.0$. Można pokazać, że wszystkie tezy systemy $\sum.0$ przyjmują również wartość wyróżnioną 1 w następującej czterowartościowej matrycy:

$$\mathcal{M}^* =< \{1,2,3,4\}, f_\neg, f_\supset, f_\wedge, f_\vee, f_\equiv, f^*_{\mathrm{S}}, f^*_{\mathrm{D}}, \{1\} >$$

gdzie operacje $f_\neg, f_\supset, f_\wedge, f_\vee, f_\equiv$ są określone analogicznie jak poprzednio, natomiast operacje $f^*_{\mathrm{S}}, f^*_{\mathrm{D}}$ są określane przez tabelki:

	f^*_{S}
1	3
2	3
3	4
4	4

	f^*_{D}
1	3
2	3
3	2
4	4

Z drugiej strony, można łatwo wykazać, że następujące formuły nie przyjmują wartości wyróżnionej 1 w matrycy $\mathcal{M}^*$:

(7.1) $\mathrm{S}(p) \vee \mathrm{S}(\neg p)$,

(7.2) $\mathrm{S}(p) \supset p$,

[6] System Ł został przedstawiony przez Łukasiewicza w drugim wydaniu jego książki *Aristotle's Syllogistics from the Standpoint of Modern Formal Logic*, Oxford 1957 (polskim przekładem jest pozycja [7]); Łukasiewicz podał zarówno aksjomatykę systemu Ł, jak i zaproponował matrycę $\mathcal{M}_L$. Dowód, że $\mathcal{M}_L$ jest matrycą charakterystyczną dla systemu Ł podał Smiley w pracy [10]. Oryginalna aksjomatyka Łukasiewicza zawierała formuły ze zmiennymi funktorowymi; aksjomatykę nie zawierającą takich formuł podał Smiley w pracy [11].

(7.3) $p \supset \mathbf{S}(p)$,

(7.4) $p \supset \mathbf{D}(p)$,

(7.5) $\mathbf{D}(p) \supset p$,

(7.6) $\mathbf{D}(p) \vee \mathbf{D}(\neg p)$.

(7.7) $\neg\, \mathbf{D}(\neg p) \supset \mathbf{S}(p)$,

(7.8) $\neg\, \mathbf{S}(\neg p) \supset \mathbf{D}(p)$,

Formuły (7.1) — (7.8) nie są zatem tezami logiki $\sum.0$; odpowiedniki formuł (7.2), (7.4) (7.7) i (7.8) są natomiast tezami logiki Ł[7]. Formuły (7.1) — (7.8) są jednak dokładnie tymi, które — zgodnie z przeprowadzonymi wyżej rozważaniami — nie powinny być tezami poszukiwanej logiki stwierdzania. Zauważmy ponadto, że żadna formuła o postaci $\mathbf{D}(A)$ nie przyjmuje wartości wyróżnionej 1 w matrycy $\mathcal{M}^*$, tak więc formuły postaci $\mathbf{D}(A)$ nie są tezami logiki $\sum.0$ (mówiąc swobodnie, znaczy to, że „nic nie jest dopuszczone na mocy samej logiki"). Widzimy zatem, że system $\sum.0$ spełnia również „negatywne" warunki sformułowane we wstępnej części naszych rozważań.

Ponieważ formuły (7.7) i (7.8) nie są tezami logiki $\sum.0$, zatem nie możemy powiedzieć, że tezami systemu $\sum.0$ są formuły mające postać:

(7.9) $\mathbf{S}(A) \equiv \neg\, \mathbf{D}(\neg A)$,

(7.10) $\mathbf{D}(A) \equiv \neg\, \mathbf{S}(\neg A)$.

Stwierdzanie i dopuszczanie nie są zatem powiązane w analogiczny sposób, jak konieczność i możliwość.

Odwołując się do matrycy $\mathcal{M}^*$ możemy również powiedzieć, że tezami logiki $\sum.0$ nie są formuły:

(7.11) $\mathbf{SS}(p) \equiv \mathbf{S}(p)$,

(7.12) $\mathbf{DD}(p) \equiv \mathbf{D}(p)$,

(7.13) $\mathbf{SD}(p) \equiv \mathbf{DS}(p)$,

(7.14) $\mathbf{SD}(p) \equiv \mathbf{D}(p)$,

(7.15) $\mathbf{DS}(p) \equiv \mathbf{S}(p)$.

Nie twierdzimy tu jednak, że matryca $\mathcal{M}^*$ jest matrycą adekwatną systemu $\sum.0$; przeprowadzone wyżej rozważania nie miały na celu podania zadowalającej semantyki dla systemu $\sum.0$, lecz jedynie przedstawienie pewnych własności tego systemu.

Zauważmy na koniec, że skoro formuły postaci $\mathbf{S}(A)$ oraz $\mathbf{D}(A)$ nie są tezami logiki $\sum.0$, to w $\sum.0$ nie mamy również tez postaci $\alpha \supset \mathbf{S}(\alpha)$ oraz $\alpha \supset \mathbf{D}(\alpha)$, gdzie α jest tautologią (tezą) klasycznego rachunku zdań. Ponadto skoro żadna formuła postaci $\mathbf{S}(A)$ nie jest tezą systemu $\sum.0$, to

[7] Zakładając rzecz jasna, że funktory S oraz D zostaną zastąpione odpowiednio funktorami konieczności i możliwości.

w konsekwencji w systemie $\sum.0$ nie obowiązuje odpowiednik reguły Gödla, tj. reguła o schemacie:

$$\textbf{(RG)}\ \vdash_{\sum.0} A\ /\ \vdash_{\sum.0} \mathsf{S}(A),$$

przy czym w $\sum.0$ reguła **RG** nie obowiązuje nawet w postaci ograniczonej, tj. w sytuacjach, gdy A jest tezą KRZ.

Kwestią otwartą pozostaje natomiast, czy dla dowolnej tezy klasycznego rachunku zdań mającej schemat $A \supset B$ tezą logiki $\sum.0$ jest formuła postaci $\mathsf{S}(A) \supset \mathsf{S}(B)$; przypomnijmy, że gdy formuła postaci $A \supset B$ jest tezą KRZ, to — zgodnie z wyżej powiedzianym — formuła postaci $\mathsf{S}(A \supset B)$ nie jest tezą logiki $\sum.0$ oraz że w logice $\sum.0$ nie obowiązuje reguła **RG**. Jednakże dopiero wykazanie, że nie jest tak, iż tezami logiki $\sum.0$ są wszystkie formuły postaci $\mathsf{S}(A) \supset \mathsf{S}(B)$, gdzie $A \supset B$ jest tezą KRZ, oznaczałoby, że w logice $\sum.0$ nie jest odtwarzalny odpowiednik paradoksu „wszechwiedzy logicznej", co pozwoliłoby nam uznać logikę $\sum.0$ za (przynajmniej częściowo) adekwatną logikę stwierdzania[8].

Literatura

[1] Chellas, B., *Modal Logic*, Cambridge 1980.

[2] Hintikka, J., *Eseje logiczno-filozoficzne*, Warszawa 1992.

[3] Hughes, G.E., Cresswell, M.J., *An Introduction to Modal Logic*, London 1973.

[4] Koj, L., *Zasadność pytań*, „Studia Filozoficzne" 1988, 12, s. 143–150.

[5] Koj, L., *Problemy semiotyki logicznej*, Warszawa 1990.

[6] Koj, L., *O zasadności przekonań*, [w:] *Fragmenty filozoficzne ofiarowane Henrykowi Hiżowi*, Warszawa 1992, s. 49–60.

[7] Łukasiewicz, J., *Sylogistyka Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej*, Warszawa 1988.

[8] Marciszewski, W., *Podstawy logicznej teorii przekonań*, Warszawa 1972.

[9] Rantala, V., *Impossible Worlds Semantics and Logical Omniscience*, [w:] I. Niiniluoto, E. Saarinen (eds.), *Intensional Logic: Theory and Applications*, Helsinki 1982, s. 106–115.

[10] Smiley, T.J., *On Łukasiewicz's Ł-modal System*, „Notre Dame Journal of Formal Logic" 1961, vol. 2, s. 149–153.

[11] Smiley, T.J., *Relative Necessity*, „The Journal of Symbolic Logic" 1963, vol. 28 (2), s. 113–134.

[12] Stalnaker, R., *The Problem of Logical Omniscience.I*, „Synthese" 1991, vol. 89 (3), s. 425–440.

[13] Świrydowicz, K., *On Regular Modal Logics with Axiom* $\Box\top \rightarrow \Box\Box\top$, „Studia Logica" 1990, vol. 49 (2), s. 171–174.

[14] Wansing, H., *A General Possible Worlds Framework for Reasoning about Knowledge and Belief*, „Studia Logica" 1990, vol. 49 (4), s. 523–540.

[8] Zagadnienie to podejmuje artykuł K.Świrydowicza *O semantyce „logiki stwierdzania"*, zamieszczony w niniejszym tomie